2. Übungsblatt kritische Phänomene

Aufgabe 1)

Eine Verbesserung der Meanfieldnäherung ist die Bethenäherung.
Hier bleiben die nächsten Nachbarn des Gitterpunktes x erhalten. Erst deren nächste Nachbarn, ausser x, werden durch die mittlere Magnetisierung ersetzt. Bestimme die kritische Kopplung K_c für das Isingmodell in dieser Näherung. Ändern sich die kritischen Exponenten gegenüber der einfachen Meanfieldapproximation? Beachten Sie bei der Summation über die 2^{2d+1} Konfigurationen, dass die Summation über die Nachbarn von s_x bei festem s_x faktorisiert. Als Selbstkonsistenzgleichung wählen wir $< s_x >= m$.

(5 Punkte)

Aufgabe 2)

Meanfieldnäherung des Blume-Capel-Modells. Der reduzierte Hamiltonian ist durch

$$H = -K \sum_{<xy>} s_x s_y + D \sum_x s_x^2 - h \sum_x s_x \tag{1}$$

gegeben. Dabei nimmt der Spin die Werte $s_x \in \{-1, 0, +1\}$ an. Im Limes $D \to -\infty$ erhalten wir das Isingmodell, da das Gewicht von $s_x = 0$ im Verhältnis zu den Gewichten von $s_x = \pm 1$ verschwindet.

Für $h = 0$ durchläuft das Modell einen Phasenübergang bei $K_c(D)$. Für welche D ist der Übergang kontinuierlich und für welche erster Ordnung?

(5 Punkte)